

« ENTROPIE VIBRATILE » VERTICALE D'UN BÂTIMENT SOUMIS AUX ONDES DE RAYLEIGH SUR SOLS MOUS

"VERTICAL VIBRATILE ENTROPY" OF A BUILDING SUBJECTED TO RAYLEIGH WAVES ON SOFT SOILS

Stéphane BRÛLÉ¹

¹ Menard France, Agence Rhône Alpes / Auvergne

RÉSUMÉ – Pour le cas géotechnique des sols mous, à faible vitesse de propagation des ondes sismiques, et pour des bâtiments de grande emprise au sol, la description spatiale et temporelle de l'onde de Rayleigh apporte une analyse complémentaire sur la réponse dynamique du bâtiment. On introduit la notion « d'entropie vibratile verticale » pour caractériser, au niveau des fondations superficielles, l'intensité des déplacements relatifs, que subit l'ouvrage.

ABSTRACT – For the geotechnical case of soft soils, with low seismic wave velocities and for large buildings, the spatial and temporal description of the Rayleigh wave provides a complementary analysis of the building's dynamic response. The concept of « vertical vibratile entropy » is introduced to characterize the intensity of relative displacements undergone by the structure at shallow foundation level.

1. 1. Introduction

En conditions statiques, le tassement différentiel des fondations superficielles est à vérifier en complément du tassement absolu. Il s'impose parfois comme une condition dimensionnante, quand bien même la valeur du tassement absolu est acceptable. Les ordres de grandeurs en fondations superficielles découlent notamment de l'approche empirique (Skempton et McDonald, 1956). Les tassements différentiels acceptables usuels sont de l'ordre du 1/500^{ème} (1 cm de différence en vertical pour une distance de 500 cm), 1/750^{ème} voire 1/1000^{ème} et exceptionnellement moins, comme 1/2000^{ème}.

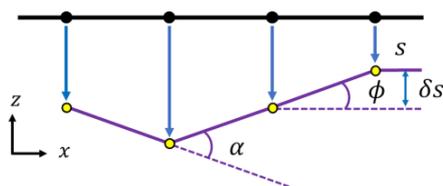


Figure 1. Cas des fondations superficielles. Tassement absolu S , tassement différentiel δS , déformation angulaire α et rotation ϕ (d'après Franck et al., 2019).

Sous sollicitation sismique, les points à la surface terrestre ne se déplacent pas simultanément lors du passage du train d'ondes. Pour une structure, cela se traduit potentiellement par des désordres en raison de déplacements différentiels entre les différents points de fondation. Sous l'effet du séisme, le phénomène de déplacement horizontal différentiel entre deux appuis est pris en compte dans l'EN 1998. La clause

5.4.1.2 (1) de l'EN 1998-5 précise qu'en l'absence de longrine et/ou de dallage, les effets supplémentaires induits dans la structures par les déplacements relatifs horizontaux au niveau de la fondation doivent être évalués et pris en compte pour le dimensionnement parasismique de l'ouvrage. La clause 3.2.2.1 (8) de l'Annexe Nationale de l'EN 1998-1 précise qu'il est alors nécessaire de prendre en compte les effets de déplacement relatifs entre points de fondation sur la structure, en appliquant les modèles de calcul prévus au paragraphe 3.3 de l'EN 1998-2.

A contrario, cet article explore spécifiquement le cas du déplacement différentiel vertical élastique sous l'action des ondes de Rayleigh (Figure 2b). Il ne statue pas sur les conséquences particulières sur la structure, avec une énumération de désordres potentiels, mais décrit les déplacements imposés, contraignant nécessairement l'ouvrage à se déformer et à dissiper cette énergie par plusieurs stratégies. Ici, l'hypothèse est de considérer que le déplacement est réversible sous l'effet du passage de l'onde et il ne s'agit pas d'un tassement sous chargement statique ni d'un tassement sismo-induit, lesquels sont des déformations à dominante irréversible. Les bâtiments considérés sont de type industriel, avec un, voire deux niveaux en élévation, sur des hauteurs de 6 à 15 m. Les semelles de fondation sont de type isolé avec des entraxes de plusieurs mètres à plusieurs dizaines de mètres (Figure 2a). La représentation usuelle d'un bâtiment sous sollicitation sismique (Figure 2c) est celle des ondes de cisaillement ascendantes S et polarisées dans le plan (x, y) . Ce n'est pas la même situation que pour le cas des ondes de Rayleigh seules (Figure 2b).

2. 2. Les ouvrages tels des systèmes thermodynamiques

2.1. 2.1. Phénomène en jeu

L'approche est inhabituelle mais un bâtiment peut se concevoir aussi comme un système Σ thermodynamique. Pour ces systèmes on définit arbitrairement ce qui est un milieu intérieur, ici un bâtiment, et un milieu extérieur, son environnement. On étudie ensuite les échanges de matière et d'énergie entre ces deux milieux.

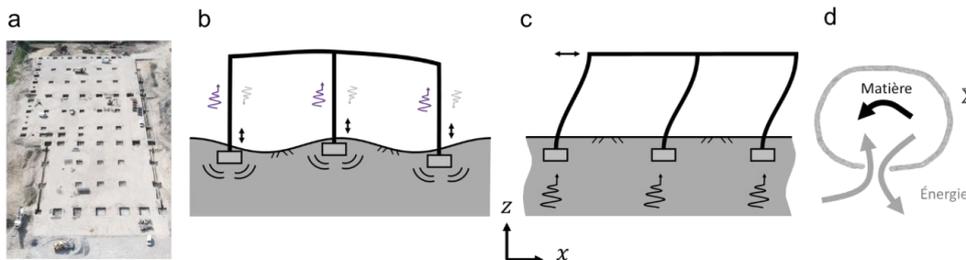


Figure 2. Exemple de fondation superficielle pour un bâtiment industriel (a). Le bâtiment subit le mouvement vertical imposé par le sol (ondes R) (b). Cette représentation est différente du mouvement horizontal appliqué identiquement sous chaque appui (ondes S) (c). Le bâtiment est représenté comme un système Σ thermodynamique fermé (d).

Dans le cas étudié, il s'agit plus particulièrement d'un système thermodynamique fermé (Figure 2d). En effet, il n'y a qu'un échange d'énergie avec le milieu extérieur au système. Il n'y a pas d'échange de matière avec l'extérieur. Un bâtiment subit le mouvement imposé par le sol lors du passage des ondes (Figure 2b). Par effet d'inertie, sa masse s'oppose au mouvement imposé mais finit par produire sa propre réponse dynamique spécifique, qui se traduit à son tour par de

la dissipation d'énergie par la déformation de la structure et par le retour d'énergie vers les fondations et le sol. Ainsi l'ouvrage lui-même devient une source secondaire émettrice de vibrations dans le sol. On note l'importance du phénomène d'interaction sol-structure dans cette approche (Nazarimofrad et al., 2016 ; Yang et al., 2002). La raideur relative de l'ouvrage vis-à-vis du sol est primordiale. La construction peut résister, dans une certaine mesure au mouvement imposé comme dans le cas des radiers « rigides ». Auquel cas, la réponse dynamique de la structure s'en trouve modifiée (Brûlé et Cuira, 2018).

2.2. 2.2. Justification d'une proposition d'une grandeur qualifiant l'entropie vibratile d'un bâtiment

On note que selon le rapport entre la longueur d'onde et l'entraxe des fondations superficielles, la déformation subie par la structure est variable. Il serait possible de décrire un état de sollicitation de la structure qui pourrait s'exprimer comme un degré de désordre au sens thermodynamique. L'état de désordre d'un système en général, est une grandeur physique qui a été appelée « entropie » par Rudolf Clausius au milieu du XIX^{ème} siècle (Clausius, 1962). En Grec, cela signifie littéralement « action de se retourner » à comprendre au sens de « l'action de se transformer ». Cela décrit correctement le phénomène que nous expliquons pour un bâtiment sous l'effet de vibrations. En unités internationales, l'entropie s'exprime en $J.K^{-1}$ ou $kg.m^2.s^{-2}.K^{-1}$.

À noter qu'en géotechnique, il a déjà été décrit une valorisation des enregistrements des paramètres de forage (P_i) avec un terme d'entropie associé à ce paramètre i et appelé L_i , fonction de la profondeur z (Reiffsteck, 2010 ; Duchamp, 1988). Cette entropie caractérise « l'agitation » du signal, dans le but de définir la limite entre deux couches de sol successives. Le diagramme de l'entropie suivant la profondeur z , et depuis la surface en z_0 , se présente comme une fonction croissante, constituée d'une succession de paliers de pente p (2). Plus le signal est changeant plus la pente dL/dz est grande et sous-tend un changement lithologique ou de résistance. L'unité est variable, fonction du paramètre P_i sélectionné (vitesse : $m.s^{-1}$, couple de rotation : $N.m$, etc.). Il ne s'agit pas de Joules.

$$L_i = \sum_{z_0}^z |P_i(z + dz) - P_i(z)| \quad (1)$$

En sismologie, des auteurs utilisent la notion d'entropie pour caractériser l'occurrence de séismes (Rundle et al., 2003). On retrouve aussi ce terme, sous appellation « entropie de l'information » dans l'étude de la performance des systèmes d'isolation au vent et au séisme avec des amortisseurs dynamiques accordés (Fu et al., 2006).

2.3. 2.3. Définition des grandeurs ε_z et E_z

Il est proposé une expression ε_z permettant de sommer tous les termes de déplacement différentiel vertical entre chaque semelle isolée. Il y a N semelles. L'expression formulée en (3) permet, avec la notation en somme double avec indices dépendants, de supprimer les cas redondants. Le nombre de termes est $N(N - 1)/2$. Cette description, en théorie des graphes, correspond à un graphe complet, c'est-à-dire que chaque sommet, ici chaque semelle, est relié par une arête à tous les autres sommets (ici une dépendance physique ou théorique entre chaque semelle. Le déplacement vertical élastique d'une semelle i est noté $z_{semelle\ i}$. La distance

horizontale entre une semelle i et une semelle j est notée d_{ij} . Le déplacement différentiel entre un couple (i, j) de semelles du réseau à N semelles est noté $(z_{semelle\ j} - z_{semelle\ i})/d_{ij}$. On somme les valeurs absolues des déplacements différentiels

car il s'agit bien de relier la « nocivité » des déplacements relatifs. Le terme A désigne l'amplitude du signal sismique monochromatique, polarisé verticalement, c'est-à-dire que le déplacement des particules de sol ne se produit que verticalement. En considérant une propagation d'une onde plane en surface selon la direction x , alors le déplacement s'écrit selon (2) avec ω la pulsation et k , le nombre d'onde tel que $k = 2\pi/\lambda$. Le terme λ est la longueur d'onde du signal.

$$u = u_z(x, t) = A \cdot \cos(\omega t - kx) \quad (2)$$

On appelle cette grandeur ε_z , somme des mouvements différentiels selon z , à un temps donné. Un exercice similaire pourrait être mené selon les deux directions horizontales. On pourrait développer les grandeurs selon ε_x et ε_y . L'amplitude A du signal est un terme qui dépend aussi de la fréquence du signal. On choisit de diviser la somme des déplacements différentiels par l'amplitude du signal monochromatique, pour comparer les données.

Le déplacement élastique différentiel est sans unité. Il peut aussi être décrit comme un angle en radians. La grandeur ε_z , au temps $t = \tau$, a pour unité des m^{-1} . L'entropie E_z (4), exprimée sur une durée de temps θ , est la somme des produits (3) sur l'intervalle de temps $[0, \theta]$, avec des pas de temps constant Δt . La grandeur E_z (en $s \cdot m^{-1}$) est donc fonction de la durée d'observation. Une autre formulation, non développée ici car l'entropie globale du bâtiment nous intéresse, pourrait consister en la somme des déplacements verticaux différentiels avec les premières semelles voisines. Cette entropie a pour unité des $s \cdot m^{-1}$, c'est à dire qu'elle est homogène à une « lenteur », c'est-à-dire l'inverse d'une vitesse.

$$\varepsilon_z(t = \tau) = \frac{1}{2A} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=i, j \neq i}^N \frac{|z_{semelle\ j}(\tau) - z_{semelle\ i}(\tau)|}{d_{ij}} \right) \quad (3)$$

$$E_z = \sum_{\tau=0}^{\theta} \varepsilon_z(\tau) \Delta t \quad (4)$$

2.4. 2.4. Caractérisation du sol et de la sollicitation vibratoire

On privilégie les sols faibles à mous car les vitesses des ondes sont faibles et en association avec des gammes de fréquence de quelques hertz à dizaines de hertz, on compose avec des longueurs d'onde du même ordre de grandeur que l'entraxe e des fondations superficielles ou les dimensions caractéristiques du bâtiment considéré. Pour constater des phénomènes d'intérêt en déplacement vertical imposé de l'ouvrage en régime continu, il importe que la longueur d'onde dominante du signal, soit égale ou inférieure à la longueur caractéristique du bâtiment ou à l'entraxe des fondations.

Tableau 1. Exemple de longueurs d'ondes en fonction des vitesses et fréquence du signal

Vitesse des ondes de Rayleigh dans le sol $V_R(m \cdot s^{-1})$	Fréquence (Hz)	Longueur d'onde λ (m)
---	----------------	-------------------------------

60	3	20
80	5	16
200	25	8

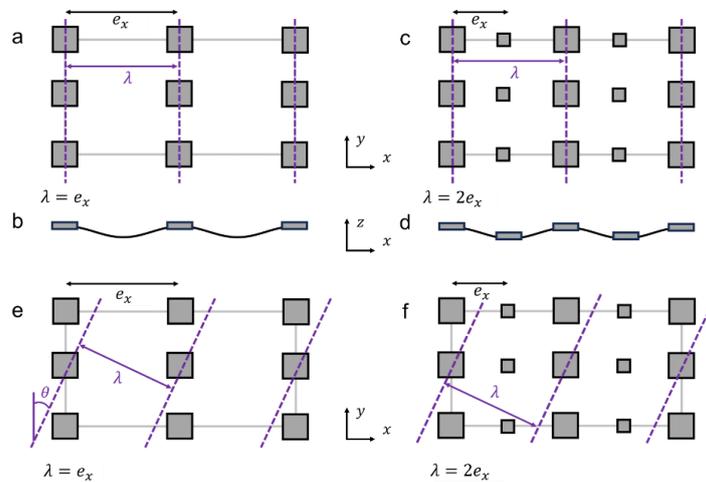


Figure 3. Interaction d'une onde plane harmonique de longueur d'onde λ avec les neuf semelles d'un bâtiment. Les droites en pointillé violet représentent les crêtes de l'onde. (a) Vue en plan des fondations. La longueur d'onde λ est égale à l'entraxe e_x des semelles. $\theta = 0^\circ$, angle entre la direction y et le front d'onde. (b) Vue sagittale de (a). (c) Vue en plan avec $\lambda = 2e_x$, même orientation du front d'onde qu'en (a). (d) Vue sagittale de (c). (e) Vue en plan avec $\theta = 25^\circ$ et $\lambda = e_x$. (f) $\lambda = 2e_x$ et $\theta = 25^\circ$.

3. 3. Bref rappel sur les ondes de Rayleigh

On décide de n'étudier que la composante verticale d'une onde de Rayleigh monochromatique se propageant dans un milieu terrestre semi-infini et homogène (Brûlé et al., 2023). En Figure 4, on note le mouvement elliptique des semelles proches de la surface. L'étude ne porte ici que sur la composante verticale du mouvement. Ce mouvement est simulé par une onde plane polarisée dans le plan (x, z) , comme exprimé par l'équation (2).

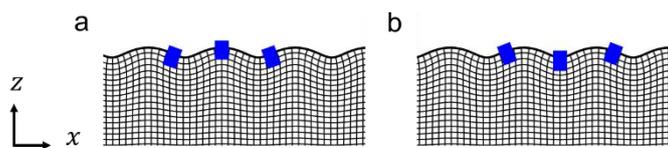


Figure 4. Deux clichés à temps différents ($t = 0.15 s$ et $t = 0.25 s$), relatifs à la propagation d'une onde de Rayleigh ($f = 10 Hz$) dans un sol avec $V_R = 59 m.s^{-1}$ et mobilisant trois semelles de fondations superficielles.

4. 4. Modèles de bâtiment

La propagation d'onde est simulée analytiquement pour une surface de $160 \times 16 m$, avec un pas de $1 m$ selon x et y . L'amplitude A de l'onde est arbitraire. L'ouvrage est sollicité en régime continu. Il n'y a pas de régime transitoire avec une onde de durée finie arrivant, traversant et quittant le sol support de l'ouvrage. Le bâtiment retenu possède plusieurs configurations. La première configuration (cas 1) correspond aux dimensions théoriques suivantes : $L_x = 80 m$, $L_y =$

40 m, avec des entraxes de semelles $e_x = 40\text{ m}$ et $e_y = 20\text{ m}$. La seconde configuration (cas 2) teste des entraxes identiques : $L_x = L_y = 40\text{ m}$, avec des entraxes de semelles $e_x = e_y = 20\text{ m}$. La troisième configuration (cas 3) est un cas sans répétabilité des entraxes : $e_{x1} = 40\text{ m}$, $e_{x2} = 20\text{ m}$, $e_{y1} = 20\text{ m}$ et $e_{y2} = 10\text{ m}$.

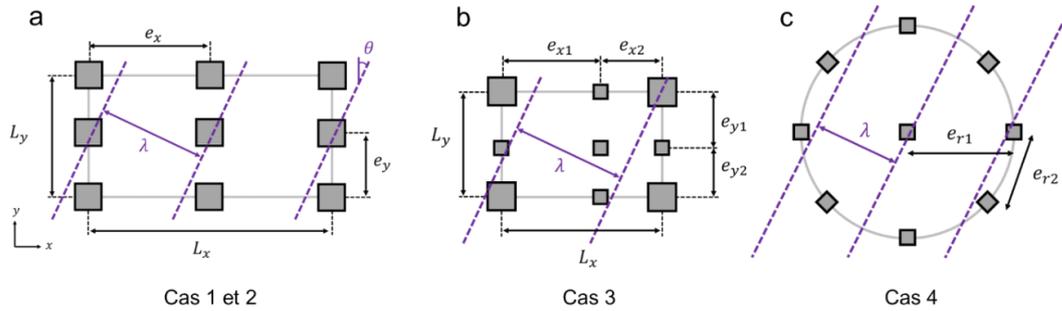


Figure 5. Bâtiment ($L_x \times L_y$) à 9 semelles isolées d'entraxes e_x et e_y parcouru par une onde de longueur d'onde λ (a) et (b). L'angle θ est angle entre la direction y et le front d'onde. Pour un front d'onde perpendiculaire à la direction x du bâtiment, $\theta = 0^\circ$. Bâtiment de section circulaire avec 8 semelles isolées réparties régulièrement sur le périmètre et une semelle au centre (c). Les cas 1 et 2 sont représentés en (a), le cas 3 en (b) et le cas 4 en (c).

Tableau 2. Modèles retenus

Cas	L_x (m)	L_y (m)	e_x (m)	e_y (m)	\emptyset (m)	e_r (m)
1	80	40	40	20	-	-
2	40	40	20	20	-	-
3	60	30	$e_{x1} = 40\text{ m}$ et $e_{x2} = 20\text{ m}$	$e_{y1} = 20\text{ m}$ et $e_{y2} = 10\text{ m}$	-	-
4	-	-	-	-	46	23 et 17.46

Dans ce cas, $L_x = 60\text{ m}$ et $L_y = 30\text{ m}$. La dernière configuration (cas 4) est celle d'un disque d'une surface équivalente à celle du cas 2, soit un rayon de 23 m. Il y a 9 semelles, une au centre et 8 sur le périmètre. On retient une hauteur de bâtiment $H_b = 12\text{ m}$. Les semelles sont réputées infiniment rigides et ne répondent qu'à une translation verticale. On retient neuf semelles mais on peut considérer que les modèles proposés pour le cas «rectangulaire» et le cas «carré» (cas 1, 2 et 3) peuvent être considérés comme des mailles élémentaires d'un bâtiment plus grand et que l'espace (x, y) peut être pavé par translation de la maille selon les directions x et y .

4.1. 4.1. Fréquence de l'ouvrage

La fréquence fondamentale en flexion est calculée par une approche simplifiée proposée dans la norme EN 1998-1, sur de bâtiment de hauteur $H_b < 40\text{ m}$, pour une structure à portiques spatiaux en acier (4). On obtient $f_{\text{bât}} = 1/(0.085H_{\text{bât}}^{3/4}) = 1.82\text{ Hz}$. Pour la sollicitation aux ondes de Rayleigh, ce n'est plus la similitude de la fréquence du signal et celle du mode fondamental en flexion du bâtiment qui gouverne le déplacement maximal de l'ouvrage, comme la résonance aux ondes S (Figure 2c) se propageant verticalement et polarisées dans le plan (x, y) .

4.2. 4.2. Influence de l'angle d'incidence θ

Nous retenons $V_R = 60 \text{ m.s}^{-1}$ pour une fréquence variable de 0.025 à 8 Hz selon les configurations pour faire varier la longueur d'onde λ . Par ailleurs, on fait varier l'angle d'incidence θ de 0 à 90° (Figure 5a).

4.3. 4.3. Durée d'observation θ

Une durée d'observation presque identique est appliquée sur chaque configuration. On échantillonne 8 fois à intervalle de distance régulier sur la longueur d'onde λ . La durée d'observation a aussi été calée pour une traversée de l'ouvrage pour au moins une longueur d'onde complète.

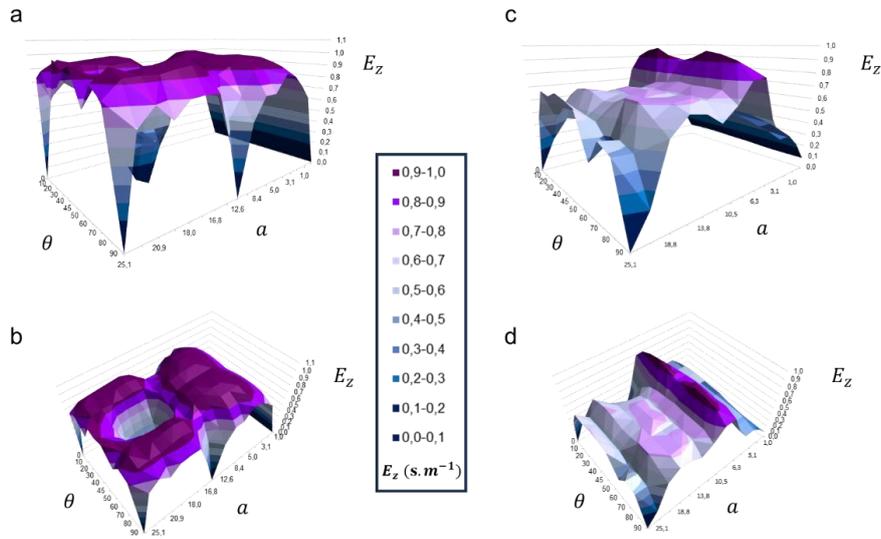
4.4. 4.4. Paramètre adimensionnel α

Pour éviter de balayer une gamme très large des vitesses et des fréquences. On adopte le paramètre adimensionnel $\alpha = \omega B / V_s = 2\pi B / \lambda$. B est la largeur du bâtiment. Pour le cas rectangulaire on définit α_x et α_y . Pour le Cas 4 du bâtiment circulaire B est le diamètre. Pour cette étude, la plage des fréquences explorées se limite à environ 10 Hz.

5. 5. Résultats et discussions

La représentation choisie est celle de diagrammes 3D (Figure 6). On fait varier à la fois l'angle d'incidence et le paramètre adimensionnel α pour observer des surfaces correspondant à l'entropie E_z . Quand E_z est nulle, cela signifie que toutes les semelles vibrent en phase. Dit autrement, la totalité du bâtiment subit une translation verticale et la déformation de la structure est nulle. Il s'agit du cas pour lequel, l'entraxe est un multiple de la longueur d'onde (voir Figure 3a et 3b). Pour le bâtiment carré, tout comme le bâtiment rectangulaire, des cas d'entropie nulle sont possibles pour des ondes dont le front d'onde est parallèle aux petits et grands côtés ($\theta = 0^\circ$ et $\theta = 90^\circ$) avec un entraxe qui est un multiple de λ . Le carré (Figures 6a et 6b), soit le Cas 2, avec des entraxes réguliers de semelles dans les deux directions x et y possède plus de possibilité d'avoir une entropie nulle que le rectangle (Cas 1) avec des entraxes réguliers selon x et y . Cette propriété ne peut pas être observée sur un bâtiment sans périodicité des entraxes de semelles. Pour le Cas 3, il n'y a pas de périodicité, mais les entraxes selon x (e_{x1} et e_{x2}) et y (e_{y1} et e_{y2}) sont des multiples. Il est donc possible d'avoir une valeur de λ , multiple à la fois de e_{x1} et e_{x2} par exemple (Figure 7a).

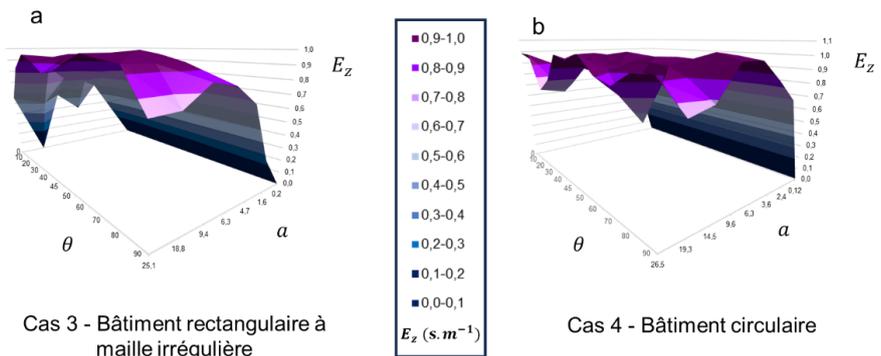
Quelle que soit la configuration du bâtiment (Cas 1 à 4), lorsque α tend vers zéro, c'est-à-dire que λ est bien plus grand que l'une des dimensions caractéristiques de l'ouvrage, l'entropie tend vers zéro. Pour le Cas 2, on observe aussi un « puits » d'entropie convergeant jusqu'à 0 autour de l'angle $\theta = 45^\circ$ (Figure 6b), car il est possible d'avoir des distances entre semelle qui soient des multiples de λ . Le Cas 2 présente plus de surface à entropie forte que le Cas 1. Les Cas 3 et 4 ont également l'essentiel de leur surface avec une entropie élevée. Ces deux derniers cas ont des diagrammes 3D qui se ressemblent.



Cas 2 - Bâtiment carré à maille régulière

Cas 1 - Bâtiment rectangulaire à maille régulière

Figure 6. Diagrammes 3D de l'entropie E_z pour le bâtiment carré (Cas 2) à maille régulière (a et b) et pour le bâtiment rectangulaire (Cas 1) (c et d).



Cas 3 - Bâtiment rectangulaire à maille irrégulière

Cas 4 - Bâtiment circulaire

Figure 7. Diagrammes 3D de l'entropie E_z pour le bâtiment rectangulaire (a) à maille irrégulière (Cas 3) et pour le bâtiment circulaire (b) (Cas 4).

6. 6. Conclusions

Dans cet article, il a été proposé une grandeur appelée «entropie vibratile verticale» pour caractériser un aspect de la déformation d'un bâtiment lors du passage d'une onde sismique harmonique. Ce degré de déformation de l'ouvrage n'est pas stable pendant le temps de traversée de l'onde et elle dépend de la longueur d'onde du signal, gouvernée par la fréquence f et la vitesse des ondes V_R dans le sol, et l'angle θ d'incidence du front d'onde.

Pour la composante verticale des ondes de Rayleigh, l'analyse paramétrique montre que le cumul des déplacements verticaux différentiels entre les appuis d'une structure est dépendante de l'entraxe de ces derniers et du caractère périodique ou non de leur distribution spatiale. Cela est plus marqué pour les ouvrages de type quadrilatère (carré ou rectangulaire). Le bâtiment carré périodique étudié ici offre le plus de contraste en entropie vibratile verticale sur la plage des

paramètres (θ et a). Celui qui offre le moins de contraste et qui subit l'entropie vibratile la plus marquée et « stable » dans l'espace (θ et a) est le bâtiment circulaire avec une semelle au centre. Un ouvrage de type quadrilatère sans périodicité des appuis, se rapproche ici du cas du bâtiment circulaire. Ainsi, plus le groupe des isométries est grand, plus les chances d'entropie contrastée sont élevées.

Dans l'intérêt de l'ingénierie, l'étude montre que pour des bâtiments étendus, de faible hauteur, reposant sur des appuis ponctuels sur sols mous, la propagation des ondes de Rayleigh peut gouverner la déformation de l'ouvrage, plus que l'approche par ondes de cisaillement verticales. L'analyse montre de façon théorique que des ouvrages situés dans un même périmètre, de configuration géométrique comparable (bâtiments industriels de grande emprise, emprise au sol d'un quadrilatère, hauteur comparables, etc.) peuvent subir une sollicitation sismique très contrastée, selon l'incidence du signal. D'un point de vue fondations, il est intéressant de noter que les déplacements relatifs temporaires lors du passage de l'onde, méritent d'être comparés aux cas sous chargement statique.

Pour un signal réel à contenu fréquentiel plus riche, l'approche peut être menée en testant individuellement les principales fréquences dominantes extraites.

Pour élargir la discussion, on peut dire que l'analyse se rapproche de l'échantillonnage du signal par les appuis du bâtiment, tel un réseau de capteurs sismiques. Un réseau de capteurs se caractérise par l'entraxe entre chaque élément (d_{min}), le nombre de capteurs

(N) et son ouverture ($D_{max} = (N - 1) \cdot d_{min}$).

7. 7. Références bibliographiques

Brûlé S., Cuira F. (2018). Pratique de l'Interaction sol-structure sous séisme. Application aux fondations et aux soutènements. Editions AFNOR. 226 p.

Brûlé S. (2022). Propagation d'ondes sismiques dans les sols superficiels structurés artificiellement. Approche théorique et expérimentale. Les métamatériaux sismiques. Thèse de Doctorat de l'Université Aix-Marseille.

Brûlé S., Guenneau S., Enoch S. (2023). Modéliser l'interaction entre fondations superficielles par réseaux périodiques 1D. 11^{ème} Colloque National de l'AFPS, Guadeloupe, Gosier, 7-10 novembre 2023, pp 373 – 379.

Clausius R. (1862). Communicated to the Naturforschende Gesellschaft of Zurich, January 27, 1862; published in the Vierteljahrschrift of this Society, vol. vii. p. 48; in Poggendorff's Annalen, May 1862, vol. cxvi. p. 73; in the Philosophical Magazine, S. 4. vol. xxiv. pp. 81, 201; and in the Journal des Mathématiques de Paris, S. 2. vol. vii. p. 209.

Duchamp J.M. (1988) Apport des techniques statistiques pour l'exploitation des diagraphies instantanées en génie civil. Doctorat Université Bordeaux I - n° d'ordre : 273. 131 pages.

Frank R., Cuira F., Burlon S. (2019). Calcul des fondations superficielles et profondes. Presses des Ponts, Paris. 199 p.

Fu J., Zhang H., Sun Y. (2009). Model reduction by minimizing information loss based on cross-Grammian matrix. J. Zhejiang Univ. Eng. Sci. 43, pp. 817–826.

- Nazarimofrad E., Zahrai S.M. (2016). Seismic control of irregular multistory buildings using active tendons considering soil–structure interaction effect. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 89, pp.100 – 115.
- Reiffsteck Ph. (2010). Utilisation des paramètres de forage en reconnaissance géotechnique. Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur JNKG2010 -Grenoble 7-9 juillet 2010, pp. 157-164.
- Rundle J.B., Turcotte D.L., Shcherbakov R., Klein W., Sammis C. (2003). Statistical physics approach to understanding the multiscale dynamics of earthquake fault systems. *Rev. Geophys*, 41:1019–49.
- Skempton A.W. and MacDonald D.H. (1956). Allowable settlement of buildings. *Proc. Inst. Civ. Engrs.*, Part III, vol. 5, pp. 727-768.
- Yang H., Wanga H., Jeremić B. (2022). An Energy-Based Analysis Framework for Soil Structure Interaction Systems. *Computers & Structures* 265(6):106758.